

ANÀLISI DE MATERIALS D'HISTÒRIA DE LA MATEMÀTICA PER A L'AULA

FÀTIMA ROMERO VALLHONESTA; M. ROSA MASSA ESTEVE

DEPARTAMENT DE MATEMÀTICA APLICADA I. UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA.

Paraules clau: *història de la matemàtica, Eratòstenes, raó àuria, meridià terrestre, Le Corbusier, curs «Història de les matemàtiques i de les ciències per a l'ensenyament a secundària»*

Analyses of History of Mathematics material for the classroom

Summary: *In this paper we analyze some aspects of capstone projects done by teachers during the academic years 2009-2010 and 2010-2011 in the course «History of Mathematics and Science for Secondary Education» that was part of the training plan of in-service teachers of the Institute of Education Sciences at the Polytechnic University of Catalonia. These capstone projects consist in designing an activity related to the introduction of the history of mathematics in the classroom, that teachers should have implemented and where they should have emphasized basic skills that students are intended to achieve. The aim of these analyses is to bring new elements of reflection for helping in the design and implementation in the classroom of resources on history of mathematics, which should be well integrated into the curriculum.*

Key words: *history of mathematics, Eratosthenes, golden ratio, meridian earth, Le Corbusier, course «History of Mathematics and Science for Secondary Education»*

Introducció

En aquest article analitzarem alguns aspectes dels treballs finals que realitzen els professors participants en el curs telemàtic «Història de les matemàtiques i de les ciències per a l'ensenyament a la secundària», que forma part del Pla de Formació de l'Institut de Ciències de l'Educació de la Universitat Politècnica de Catalunya. Aquests treballs finals consisteixen en el disseny d'activitats d'aprenentatge de les matemàtiques a partir de contextos històrics. Els professors han de presentar l'experiència de la implementació a l'aula de l'activitat que han dissenyat, en la sessió final del curs, que és presencial.

L'objectiu d'aquesta anàlisi és aportar elements de reflexió sobre el disseny i la implementació a les aules de recursos sobre la història de les matemàtiques que puguin complementar el currículum.

La història de la matemàtica per a la millora de l'ensenyament de les matemàtiques

La visió de les matemàtiques com un producte acabat, construït a base de teoremes i raonaments abstractes aïllats de la realitat, que tenen alguns alumnes quan acaben l'ensenyament obligatori, s'ha d'intentar canviar. L'estudi de contextos històrics que permetin a l'alumnat veure la relació de les matemàtiques amb altres disciplines i també amb molts aspectes de la realitat que ens envolta pot contribuir a aquest canvi.

La història ens mostra que les matemàtiques s'han emprat per resoldre problemes relacionats amb l'activitat humana i per donar significat al món.¹ També, a nivell internacional, els historiadors de la matemàtica investiguen en aquesta línia per poder millorar l'ensenyament de les matemàtiques (Barbin, 2000; Demattè, 2006). Així doncs, saber història de la matemàtica pot contribuir a millorar el seu ensenyament de dues maneres: proporcionant als alumnes una visió diferent de la matemàtica i facilitant-ne el seu aprenentatge.

El professorat coneixedor de la història de la matemàtica tindrà elements al seu abast per transmetre als alumnes una percepció de la matemàtica com a ciència útil, dinàmica, humana, interdisciplinària i heurística. Podrà mostrar-los també una característica rellevant de la matemàtica: ser considerada com una activitat cultural. La història mostra que les societats avancen com a resultat de l'activitat científica de les diferents generacions, i la matemàtica, que és una part fonamental d'aquest procés, pot ser presentada com una activitat intel·lectual que ha contribuït a resoldre els problemes que cada període històric ha plantejat. A la vegada, les influències culturals i socials en el progrés de la matemàtica proporcionen als professors una visió d'aquesta disciplina com una matèria que evoluciona en funció del temps i el lloc on es desenvolupa, la qual cosa li confereix un valor addicional.²

A part de donar a l'alumnat una visió més global i diferent de les matemàtiques, el coneixement de la història d'aquesta disciplina permetrà al professorat la utilització de casos històrics com a recurs per millorar la transmissió i l'assoliment dels continguts matemàtics i també per actuar de revulsiu en aquells casos en què l'alumne no troba motivació en la matemàtica.

Per poder portar a terme aquesta implementació de la història de la matemàtica a l'aula, els professors han de tenir una formació adequada. Com que la història de la matemàtica com a disciplina ha aparegut recentment i només com a matèria optativa en els cursos corresponents als estudis de

1. La història, a més, ens permet observar que les parts de la matemàtica s'han anat forjant en una reiterada interacció aplicació-desenvolupament. Així, la geometria que va néixer per mesurar, va evolucionar amb els problemes de mesures; la trigonometria es va anar desenvolupant per resoldre problemes d'astronomia i també de navegació; l'àlgebra, que va rebre l'impuls en solucionar problemes, especialment d'aritmètica mercantil, al Renaixement, més tard va ser una eina imprescindible en la resolució de problemes geomètrics i de teoria de nombres, etc. Sense cap mena de dubte, tots aquests coneixements històrics faran també que s'enriqueixi la tasca docent i la formació matemàtica dels professors.

2. No tan sols com a professors, sinó com a matemàtics, la història de la matemàtica ens aporta també una millor comprensió dels fonaments i de la naturalesa de la matemàtica. La història de la matemàtica proveeix els amants d'aquesta ciència d'elements de comprensió més profunda dels conceptes i tècniques matemàtics d'ús quotidià a les nostres aules. Ens ajuda a comprendre com i per què s'han format les diferents branques de la matemàtica: l'anàlisi, l'àlgebra, la geometria..., les seves diferents interrelacions i les relacions amb les altres ciències (Massa, 2003; Massa & Romero, 2011).

grau, el curs telemàtic de formació permanent adreçat als professors i que impartim des de fa dos anys vol cobrir aquesta mancança.

Els treballs finals del curs telemàtic de formació permanent

L'objectiu d'aquest curs telemàtic és la formació del professorat de matemàtiques per tal que pugui utilitzar la història de la disciplina que imparteix com a eina didàctica, tant per contextualitzar un tema com per dissenyar activitats d'aprenentatge més enllà de les anècdotes sobre alguns matemàtics que solen contenir els llibres de text.

De fet, des de 2007 aquesta formació esdevé molt necessària ja que en el darrer decret de currículum, de 26 de juny de 2007, el Departament d'Ensenyament reconeix la importància de la història de les matemàtiques en incloure continguts d'història en els diferents cursos de l'ESO i el batxillerat. Després de la relació dels continguts de cada curs i amb el títol «Contextos històrics» es dóna una llista de possibles aproximacions històriques relacionades amb els continguts dels diferents cursos.

Els continguts del curs telemàtic de formació del professorat de matemàtiques abracen des de l'Antiguitat fins al segle XVII, període en el qual es desenvolupen la major part dels conceptes matemàtics que es treballen a secundària. Es presenten cronològicament quatre grans períodes de la història de la matemàtica que es consideren essencials: la Matemàtica a l'Antiguitat (Fig. 1), de la Ciència àrab a les àlgebres Renaixentistes, la Revolució Científica i la Matemàtica Moderna. Aquests continguts es troben seqüenciats en una pàgina web que s'ha dissenyat amb aquesta finalitat i a cada sessió es pot accedir al material que consisteix en fragments de textos originals o de fonts secundàries que el professorat participant en el curs haurà d'analitzar seguint unes pautes concretes.³ També s'hauran de resoldre alguns exercicis i enviar-los als professors mitjançant una plataforma «moodle», i d'altres, que consistiran en la participació en fòrums de discussió.

D000: Ciència i tècnica a través de la història

Bloc de matemàtiques
Mòdul 1: Les matemàtiques a l'antiguitat

[Activitat 1](#) [Activitat 2](#) [Activitat 3](#) [Per saber-ne més](#) [Exercicis](#) [Recursos per a l'aula](#)

Objectius

- Conèixer les aportacions matemàtiques de la civilització babilònica.
- Relacionar les instruccions per resoldre les equacions de les tauletes cuneïformes a fi de reconèixer els canvis més significatius.
- Valorar la demostració geomètrica del Teorema de Pitàgores dels *Elements* d'Euclides.
- Aprendre els procediments dels papirs egipcis per resoldre equacions de primer grau.
- Reconèixer el paper jugat per la ciència grega i en concret pels *Elements* d'Euclides en el desenvolupament de les matemàtiques.

Continguts

Els continguts que es treballen en aquest mòdul són els següents:

1. [Les tauletes cuneïformes](#)
2. [Els papirs egipcis](#)
3. [Les matemàtiques gregues](#)

FIGURA 1. Continguts del mòdul 1 de matemàtiques.⁴

3. S'empren textos rellevants traduïts o, si és possible, els originals (Struik, 1969; Fauvel & Gray, 1987; Calinger, 1995).

4. Aquesta portada correspon a la primera versió del curs titulada: «Ciència i tècnica a través de la història» (Curs 2009-2010). Podeu consultar els materials a: <http://www.xtec.cat/formaciocic/dvdfomacio/materials/tdcdec/index.html>.

La darrera de les activitats del curs és la realització d'un treball que ha de consistir en el disseny i l'experimentació d'una activitat històrica a l'aula que contribueixi a l'assoliment de les competències bàsiques i els continguts de la qual estiguin relacionats amb el currículum del curs corresponent. Es recomana també que els professors adjuntin una fitxa descriptora de l'activitat que inclogui els continguts treballats, les competències implicades, el curs recomanat i la temporització indicativa (vegeu Annex 2). La fitxa pot ajudar altres professors a decidir-se o no per la tria de l'activitat corresponent. S'ha de dissenyar també un qüestionari perquè els alumnes amb els quals s'experimenta l'activitat la valorin. El professorat mateix també n'ha de valorar la realització i fer propostes de millora si escau. El curs telemàtic de formació permanent clou amb una sessió presencial en la qual els participants han d'exposar aquests treballs realitzats. La taula que trobareu a l'Annex 1 mostra els títols dels treballs, que abracen temàtiques molt diverses, presentats en les dues darreres edicions del curs, així com la temporització indicativa, el curs per al qual estan dissenyats i les principals competències que s'hi treballen, en els casos en què els autors ho indiquen.

Anàlisi de dos treballs finals

En aquesta secció analitzem dos treballs d'entre els que va presentar el professorat de matemàtiques que va seguir aquest curs telemàtic d'història de la ciència en la modalitat de matemàtiques. La tria dels dos treballs s'ha fet valorant la idoneïtat del treball i l'originalitat de la proposta.

A l'hora de triar els textos històrics als quals s'haurà de donar la forma d'activitats per portar a l'aula, s'ha de tenir en compte que han de contribuir a l'aprenentatge de les matemàtiques i no únicament al coneixement de la història d'alguna idea o concepte. Per això, s'haurà de tenir molt present el currículum del curs en el qual es vulgui implementar l'activitat.

La mesura indirecta de la longitud del meridià terrestre amb el mètode d'Eratòstenes⁵

Aquest treball està pensat per realitzar-lo amb alumnat de 3r d'ESO i la durada prevista és de 3 sessions.

S'hi concreta primer la contribució del treball a l'assoliment de la competència matemàtica i també a l'assoliment de la resta de competències. Com a exemple de la contribució del treball a l'assoliment de la competència matemàtica cal valorar la necessitat i utilitat de fer mesures indirectes així com l'aplicació de tècniques de càlcul i la utilització d'instruments diversos per calcular distàncies a llocs inaccessibles o per determinar les dimensions d'objectes molt grans. Pel que fa a la resta de competències podríem destacar la contribució de l'activitat a l'assoliment de la competència en el tractament de la informació i de la competència digital mitjançant la recerca d'informació a Internet i l'ús del mapa Google Earth per buscar longituds i latituds geogràfiques.

Es justifica la temàtica escollida per la motivació que pot suposar per a l'alumnat el càlcul d'aquesta mesura i s'hi concreten els objectius didàctics. En el currículum de matemàtiques, tant en l'ensenyament primari com en el secundari, els continguts de la matèria estan repartits en els cinc blocs següents: numeració i càlcul, mesura, espai i forma, canvi i relacions i probabilitat i estadística. L'autora del treball considera que l'activitat proposada podria estar a cavall entre els blocs de mesura i espai i forma. A part d'aquesta justificació de l'autora, aquesta activitat desenvolupa una part d'un

5. El treball va ser presentat el curs 2010-2011 per Inés Gueorguieva, professora de l'INS Jonqueres de Sabadell.

dels contextos proposats per a 2n curs de l'ESO en el decret de currículum, amb el títol «Mesures del meridià terrestre: d'Eratòstenes (Alexandria) al naixement del metre».

Tot seguit descrivim el desenvolupament de l'activitat en tres sessions. Abans de la primera sessió, els alumnes hauran d'haver buscat informació a Internet sobre Eratòstenes i l'hauran d'haver resumit en una pàgina aproximadament. A l'aula es posarà en comú aquesta informació, s'explicaran els objectius de l'activitat i els alumnes llegiran un text, que l'autora adjunta en el treball, on s'explica el mètode d'Eratòstenes per calcular el radi de la Terra. Un cop llegit el text, els alumnes hauran de fer un glossari amb les paraules que desconeixien i plantejaran dubtes que es resoldran amb l'ajuda de la professora.

Les altres dues sessions es dedicaran a la realització de l'experiment que es portarà a terme en una aula i al pati de l'institut, i per al qual s'haurà de fer servir material divers del qual l'autora fa una relació. Els alumnes hauran de fer un informe, seguint un model, en el qual faran constar els resultats que han anat obtenint així com les dificultats trobades.

Els passos a seguir són: a) La determinació de les coordenades de l'institut fent servir el programa Google Earth; b) La determinació de les coordenades del punt situat sobre el tròpic de Càncer i que té la mateixa longitud geogràfica que l'institut; c) El càlcul de la distància entre aquests dos punts⁶ proporciona la distància entre dos punts sobre la superfície terrestre quan se'n coneixen les coordenades geogràfiques; d) El muntatge del material per a la realització de les mesures tenint molta cura per tal de mantenir-ne la integritat i mesurar amb la màxima precisió possible. Es tracta de col·locar el gnòmon en posició vertical sobre una taula amb l'ajut de la plomada i orientar-lo adequadament amb la brúixola; e) La presa de mesures cada 10 minuts començant un parell d'hores abans del migdia solar local i durant 4 hores. S'ha de fer constar en una taula l'hora en què s'ha fet la mesura i la longitud de l'ombra del gnòmon; f) El càlcul de l'angle entre el gnòmon i els rajos solars a l'hora del migdia solar. Es tracta que els alumnes escullin l'ombra més curta, que correspon al moment en què el sol es troba en el punt més alt del seu recorregut i l'ombra té la direcció nord-sud. L'angle es calcularà a partir del dibuix d'un triangle rectangle semblant al determinat pel gnòmon i la seva ombra. La hipotenusa tindrà la direcció dels rajos solars i s'haurà de mesurar, per tant, l'angle entre la hipotenusa i el catet vertical, que correspon al gnòmon; g) Finalment, es tracta, tal com els alumnes hauran llegit al text introductori a l'activitat, de calcular el quart terme d'una proporció en la qual un dels membres és la raó entre l'angle calculat i la distància entre l'institut i el punt corresponent del tròpic de Càncer. Aquesta raó ha de ser la mateixa que la que relaciona 360° amb la longitud del meridià, que és la que s'obté. A partir d'aquesta longitud, és immediat el càlcul del radi de la Terra utilitzant la fórmula de la longitud d'una circumferència.

El nombre d'or en l'arquitectura moderna: Le Modulor de Le Corbusier⁷

Aquest treball està pensat per realitzar-lo amb alumnes de 2n d'ESO o de 3r d'ESO, segons quan s'hagin treballat la proporció i l'equació de segon grau, i la durada prevista és de 3 sessions.

Es justifica la temàtica escollida per la presència de la proporció àuria en tants aspectes diferents de la nostra vida quotidiana. La professora creu que és un tema capaç de cridar l'atenció a un públic molt divers i també esmenta que l'aparició del nombre d'or en llibres, pel·lícules o sèries recents ha

6. Per calcular aquesta distància s'utilitza la pàgina web: http://www.tutiempo.net/p/distancias/calculador_distancias.html.

7. El treball va ser presentat el curs 2009-2010 per Laia Guardiola Raventós, professora de l'EASD Llotja.

popularitzat el tema. Molts dels alumnes n'han sentit parlar alguna vegada i aquesta és una molt bona característica per introduir aquest tema a l'aula. A més, és fàcil de proposar activitats d'espai i forma que es relacionin amb el nombre d'or.

Per a la correcta realització d'aquesta activitat es requereixen coneixements de dibuix de figures geomètriques elementals i nocions sobre proporció i sobre la resolució de l'equació de segon grau. L'objectiu és que els alumnes aprenguin algunes aplicacions pràctiques de les matemàtiques i les proporcions i construïxin algunes figures geomètriques, entre elles l'espiral.

Pel que fa a les competències, la professora assenyala la capacitat d'arribar a aportar solucions a problemes concrets mitjançant l'ús dels coneixements tècnics adquirits. També es tracta que els alumnes entenguin el procés creatiu. Tot i tractar-se d'un procés aparentment lineal, es veurà que en molts moments serà necessari plantejar-se els passos donats amb anterioritat per aportar solucions a problemes posteriors.

Tot seguit descrivim el desenvolupament de l'activitat en tres sessions. En la primera sessió la professora fa una presentació històrica i matemàtica del nombre d'or calculant explícitament el seu valor. Es pot plantejar la qüestió de dividir un segment en mitja i extrema raó; quant val la raó d'una part al total o del total a una part?

Trobem diferents manifestacions del nombre d'or en obres antigues. Així, a Egipte la relació entre l'altura d'una piràmide i la meitat del quadrat de la base segueix la proporció àuria; també en els temples grecs, com ara al Partenó, hi trobem el nombre d'or. Tanmateix, possiblement qui emprà per primera vegada conscientment aquest nombre irracional va ser Euclides en la seva obra *Els Elements* (300 aC). L'època més brillant del nombre d'or va ser el Renaixement italià, ja que l'expressió *proporció divina* va ser creada pel matemàtic Luca Pacioli (1445-1517) en el seu llibre *De divina proportione* el 1509.⁸

O sigui que la relació entre les matemàtiques i l'art és molt antiga, i la recerca de proporcions estèticament complaents en pintura, escultura i arquitectura és present des dels grecs fins als nostres dies, des del cànon de bellesa dels mestres hel·lènics fins als actuals com Escher o Le Corbusier passant per Durero, Da Vinci o Miquel Àngel. El 1948, Le Corbusier escrivia:

«La matemàtica no és pas per a l'artista les diferents branques de les matemàtiques. No es tracta pas necessàriament de càlculs, sinó de la presència d'una reialesa; una llei d'infinita ressonància, consonància i ordre. El rigor és tal que, veritablement, l'obra d'art n'és el resultat, tant si es tracta del dibuix de Leonardo, de l'esfereïdora exactitud del Partenó, comparable en la talla del seu marbre fins i tot amb la de les màquines, de l'implacable i impecable joc de construcció de la catedral, de la unitat que feia Cézanne, com de la llei que estableix en l'arbre l'esplendorosa unitat de les arrels, del tronc, de les branques, de les fulles, de les flors, dels fruits. No hi ha cap atzar dins la natura. Si hom ha entès el que és la matemàtica en el sentit filosòfic del terme, hom pot discernir-la en totes les obres. El rigor, l'exactitud són el mitjà de la solució, la causa del caràcter, la raó de l'harmonia.» (Le Corbusier, 1948: 490)

En la segona sessió es poden proposar els problemes següents on els alumnes hauran de realitzar algunes construccions geomètriques:

8. Per completar la part històrica es pot consultar la pàgina: http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/history/PrintHT/Golden_ratio.html.

- 1) Comprova que el nombre phi Φ (1,61803...) compleix la igualtat: $\Phi^2 = \Phi + 1$.
- 1) Divideix utilitzant regla i compàs un segment donat, en mitja i extrema raó.

També es poden proposar d'altres problemes relacionats amb el rectangle i el triangle auri.⁹

En la tercera sessió es proposen alguns problemes sobre la construcció del pentàgon regular i de les relacions àuries que s'hi poden trobar,¹⁰ i també activitats relacionades amb *Le Modulor*, que va proposar Le Corbusier el 1947. *Le Modulor* es tractava d'un sistema de mesures basat en les proporcions del cos humà. La professora proposa activitats del tipus: 1) Amb l'ajuda d'una cinta mètrica, estudia les relacions de proporcionalitat que s'estableixen en el teu cos. Coincideixen o s'aproximen amb les definides per *Le Modulor*? 2) Utilitzant les sèries definides per *Le Modulor*, estudia quines relacions de proporcionalitat hauria de complir el mobiliari de treball d'una oficina oberta. 3) Fes una proposta de projecte que defineixi una unitat de treball per a una oficina que inclogui un mostrador d'atenció al públic. Defineix les dimensions dels elements i les relacions de proporcionalitat que s'hi estableixen.

Finalment s'hauria de demanar als alumnes una reflexió sobre la relació d'aquesta raó i la natura a fi que comprovin la seva presència en el món que ens envolta.

Elements de reflexió

El coneixement de la història de les matemàtiques permet al professorat el disseny d'activitats per implementar a l'aula molt riques per assolir competències, amb un context que les justifica i amb un grau d'interdisciplinarietat important. Els dos treballs que hem escollit tenen un contingut geomètric destacat, que és un dels aspectes amb més marge de millora a l'educació secundària segons evidencien els resultats de les proves externes que realitza l'alumnat d'aquesta etapa.

Si bé al professorat participant en el curs no li és gens fàcil la tria de l'activitat que constitueix el treball final, i encara menys el seu disseny, la majoria manifesten que han après molt i que la implementació de l'activitat a l'aula ha estat molt satisfactòria. Un dels motius d'aquesta satisfacció ha estat captar l'atenció d'algun alumne al qual li costava molt seguir una classe més estàndard i així aconseguir que cregués en la seva capacitat d'aprendre matemàtiques. També, el professorat valora positivament el fet de treballar amb una metodologia diferent, que els ha permès avaluar capacitats de l'alumnat que són difícils d'avaluar en altres tipus de sessions.

En relació amb la tria del text o textos històrics a partir dels quals es vol dissenyar l'activitat, cal dir que considerem que no tots són adequats. S'ha de tenir present que no es tracta de fer una classe d'història de les matemàtiques, sinó que es tracta d'utilitzar la història per ensenyar matemàtiques, i

9. Els enunciats podrien ser del tipus: Donat el nombre d'or (0,61803...) troba un angle tal que el seu sinus o cosinus sigui aquest nombre. Donada la raó $\Phi/2$ troba un angle tal que el seu sinus o cosinus sigui aquest nombre. Construeix amb regla i compàs un rectangle auri, o sigui que els seus costats estiguin en raó àuria. Construeix amb regla i compàs un triangle auri, és a dir, un triangle isòsceles tal que les longituds dels seus costats estiguin en proporció àuria.

10. Altres enunciats podrien ser: 1) Dibuixa un pentàgon regular i les seves diagonals i busca relacions entre les longituds dels costats i de les diagonals, que valguin Φ . 2) En l'interior d'un rectangle qualsevol dibuixem un triangle, tal que la superfície del rectangle quedarà dividida en quatre triangles (un vèrtex coincideix i els altres dos sobre els costats del rectangle). Si la superfície dels tres triangles nous són iguals, llavors els dos vèrtexs del triangle divideixen el costat del rectangle en mitja i extrema raó. 3) Donada la successió de Fibonacci 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21... on $u_n = u_{n-1} + u_{n-2}$ per a $n \geq 3$, comprova que el límit del quocient entre dos termes consecutius és precisament Φ .

per tant s'ha de pensar quin pes han de tenir la part històrica i la part matemàtica pròpiament dita. Abans de triar una activitat ens hauríem de preguntar què aportarà a la formació matemàtica de l'alumnat i com encaixarà en el currículum del curs corresponent, i quan ens disposem a dissenyar-la hauríem de fer-ho de manera que l'alumnat hagués d'utilitzar un llenguatge matemàtic precís per justificar els resultats que va obtenint o per respondre les qüestions que se li vagin plantejant.

Un altre aspecte a tenir en compte és l'avaluació de l'activitat. S'han de tenir molt clars els criteris d'avaluació i quines competències es pretén que l'activitat contribueixi a assolir. Els experts en avaluació (Sanmartí, 2007) solen dir que és tan important o més avaluar el procés que l'alumnat ha seguit per aprendre, que els continguts apresos, i, en aquest sentit, amb activitats del tipus que proposem es pot seguir força bé el procés d'aprenentatge de l'alumnat identificant-ne les dificultats.

La utilització de contextos històrics vinculats amb el currículum i curosament triats com a punt de partida per a la realització d'activitats, justifica la seva realització i contribueix a què els alumnes entenguin que les matemàtiques existeixen més enllà de les aules i estan perfectament inserides en el món que ens envolta.

Finalment, caldria també que el text triat contribuís a la visió de les matemàtiques com una activitat intel·lectual que s'ha anat desenvolupant a cada època, no d'una manera aïllada, sinó relacionada amb les preocupacions i problemes de cada període històric.

Referències bibliogràfiques

BARBIN, E. (2000), «Integrating history: research perspectives». A: FAUVEL, J.; VAN MAANEN, J. (eds.), *History in mathematics education: the ICMI study*, Dordrecht, Kluwert, 63-66.

CALINGER, R. (ed.) (1995), *Classics of Mathematics*, Englewood Cliffs, NJ, Prentice Hall.

DEMATTÈ, A. (2006), *Fare matematica con i documenti storici. Una raccolta per la scuola secondaria di primo e secondo grado*, Trento, Editore Provincia Autonoma di Trento – IPRASE del Trentino.

FAUVEL, J.; GRAY, J. (eds.) (1987), *The History of Mathematics: A Reader*, Londres, MacMillan.

LE CORBUSIER (1962, 1a ed. 1948), «L'architecture et l'esprit mathématique». A: LE LIONNAIS, F. (ed.), *Les Grands Courants de la pensée mathématique*, Paris, Albert Blanchard, 480-491.

MASSA ESTEVE, M. R. (2003), «Aportacions de la història de la matemàtica a l'ensenyament de la matemàtica», *Biaix*, **21**, 4-9.

MASSA ESTEVE, M. R.; ROMERO, F. (2011), «La formació del professorat de matemàtiques en història de la matemàtica». A: GRAPÍ, P.; MASSA ESTEVE, M. R. (eds.), *Actes de la VI Jornada sobre la Història de la Ciència i l'Ensenyament «Antoni Quintana Marí»*, Barcelona, SCHCT-IEC, 89-96.

SANMARTÍ, N. (2007), *Evaluar para aprender*, Barcelona, Ed. Graó (Ideas Clave; 10).

STRUICK, D. J. (1969), *A Source Book in Mathematics, 1200-1800*, Princeton, Princeton University Press.

Referències web

http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/history/PrintHT/Golden_ratio.html

http://www.tutiempo.net/p/distancias/calcular_distancias.html

<http://www.xtec.cat/formaciotic/dvdformacio/materials/tdcdec/index.html>

ANNEX 1

Títol	Curs	Temporització	Competències implicades
El Triangle de Pascal	4t d'ESO	4 sessions	Matemàtica (alguns aspectes)
El triangle aritmètic de Pascal	4t d'ESO	1 sessió	No s'especifiquen
Demostració de la incommensurabilitat entre la diagonal i el costat d'un quadrat	3r d'ESO	No s'especifica	Matemàtica Aprendre a aprendre Comunicació lingüística Expressió cultural i artística
El teorema de Pitàgores	2n d'ESO	No s'especifica	Matemàtica Expressió cultural i artística Autonomia i iniciativa personal Coneixement i interacció amb el món físic
Una activitat amb el teorema de Pitàgores	2n d'ESO	No s'especifica	Matemàtica Aprendre a aprendre Comunicació lingüística Autonomia i iniciativa personal
Els orígens de l'àlgebra simbòlica	3r d'ESO	1 sessió	Matemàtica Expressió cultural i artística Autonomia i iniciativa personal Coneixement i interacció amb el món físic Comunicació lingüística i audiovisual Aprendre a aprendre Tractament de la informació i competència digital
La mesura indirecta de la longitud del meridià terrestre amb el mètode d'Eratòstenes	3r d'ESO	3 sessions	Matemàtica Expressió cultural i artística Autonomia i iniciativa personal Coneixement i interacció amb el món físic Comunicació lingüística Aprendre a aprendre Tractament de la informació i competència digital Social i ciutadana
Pitàgores i Liu Hui	3r d'ESO	4 sessions	Matemàtica Expressió cultural i artística Comunicació lingüística Aprendre a aprendre Tractament de la informació i competència digital
El teorema de Tales	2n d'ESO	No s'especifica	No s'especifiquen

Títol	Curs	Temporització	Competències implicades
Diofant. L'equació de la seva vida	2n d'ESO	6 sessions	Matemàtica Autonomia i iniciativa personal Tractament de la informació i competència digital
Aritmètica a l'Antic Egipte	Segon cicle d'ESO	1 o 2 sessions	Expressió cultural i artística Comunicació lingüística Aprendre a aprendre Autonomia i iniciativa personal Social i ciutadana
Sobre el joc dels daus	No s'especifica	No s'especifica	Comunicació lingüística Autonomia i iniciativa personal Expressió cultural i artística
El càlcul de probabilitats	No s'especifica	No s'especifica	No s'especificuen
Pràctica. El mesurador trigonomètric	No s'especifica	No s'especifica	S'hi especifiquen però no són les estàndards
Les matemàtiques en el món àrab	No s'especifica	5 sessions	No s'especifiquen
Demostracions històriques de la geometria en Autocad	4t d'ESO	No s'especifica	Expressió cultural i artística Comunicació lingüística Aprendre a aprendre Autonomia i iniciativa personal Social i ciutadana

ANNEX 2

Títol de l'activitat	
Autor/a	
Continguts principals	
Referències al currículum	
Competències implicades	
Tipus d'agrupament aconsellat	
Curs recomanat	
Temporització indicativa	
Connexions amb altres àrees	